

Formació i evolució estel·lar

Pràctica 4.5.1

Estudiant: Sergi Blanco Cuaresma

5 d'abril de 2011

Resum

Solució a l'exercici 4.5.1 de l'assignatura de formació i evolució estel·lar.

Índex

1	Condicions físiques en nebuloses planetàries	2
1.1	Radi físic	2
1.2	Temperatura electrònica	3
1.3	Mesura d'emissió mitjana	4
1.4	Mesura d'emissió, número d'electrons i massa	5
1.5	Quocient TL/TC i amplada en velocitat	6
1.6	Calcular temperatura electrònica amb els resultats anteriors	6
1.7	Eixamplament tèrmic	7

1 Condicions físiques en nebuloses planetàries

L'hidrogen ionitzat de les nebuloses planetàries emeten radiació lliure-lliure i línies de recombinació. Les observacions de ràdio d'alta resolució angular Very Large Array (VLA) han posat de manifest que es distribueixen freqüentment formant una closca, més o menys esfèrica, entorn a l'estrella central (Fig. 1). També han evidenciat que el gas ionitzat està confinat per gas neutre, possiblement ejectat per l'estrella a les fases precursors (gegant vermella i fase AGB). Aquestes observacions en el domini radio, al no patir d'extinció per l'embolcall de gas i pols, són idònies per determinar les condicions físiques dels objectes.

La pràctica consisteix en analitzar les dades de les observacions de les nebuloses planetàries IC 418, NGC 6543, NGC 6369 i NGC 7009.

1.1 Radi físic

1.1.1 Enunciat

Obtenir el radi físic dels objectes, a partir dels mapes de l'emissió en el continu a la freqüència de 14.7 GHz ($l = 2\text{ cm}$) obtinguts per Garay, Gathier & Rodríguez amb el VLA (Fig. 1). Les distàncies a IC 418, NGC 6369, NGC 6543 i NGC 7009 són 0.42, 2.0, 0.9 i 0.59 kpc, respectivament.

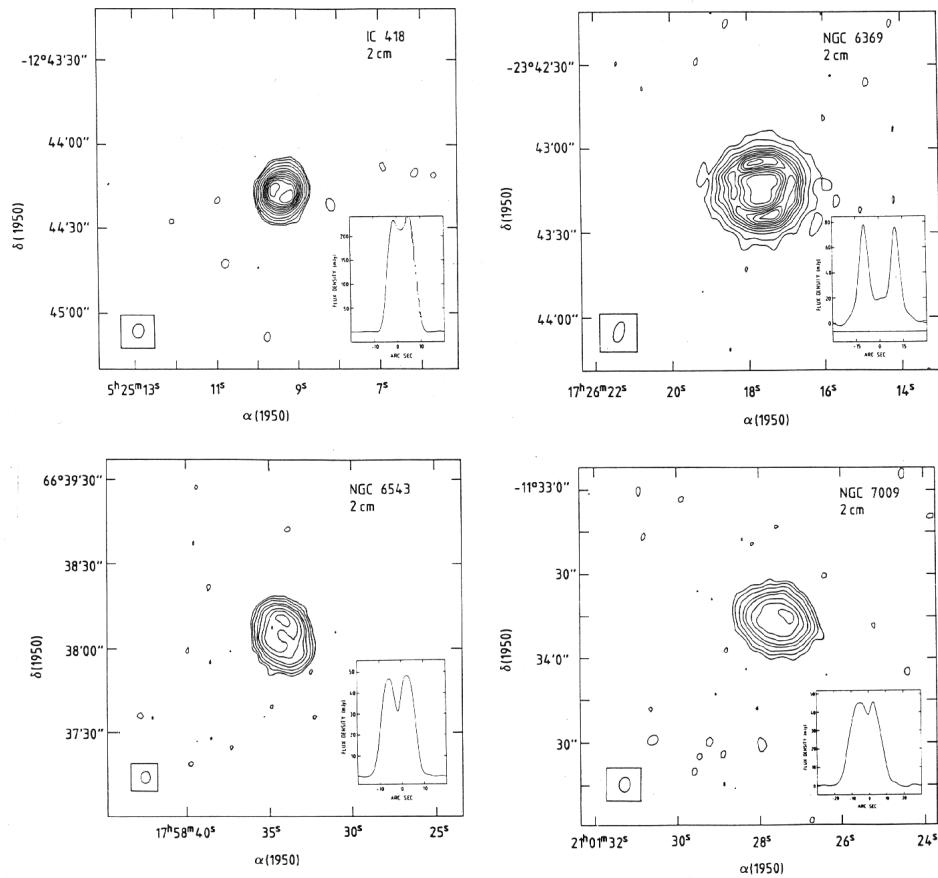


Figura 1: Mapes de l'emissió en el continu a la freqüència de 14.7 GHz. Els nivells de cada mapa, en tant per cent de pic d'intensitat, són els següents: ICC 418, 1, 2, 5, 10, 20, ..., 90; NGC 6369, 5, 10, 20, ..., 90; NGC 6543 i NGC 7009, 2.5, 5, 10, 20, 30, 50, 70, 90.

1.1.2 Solució

El radi físic d'un objecte a partir del seu tamany angular θ i distància es pot obtenir aplicant la fórmula:

$$\tan(\theta) = \frac{2 \times Radi}{distancia} \Rightarrow Radi = \frac{\tan(\theta) \times distancia}{2} \quad (1)$$

Per angles petits en radians es pot realitzar l'aproximació $\tan(\theta) \simeq \theta$. Per altra banda, per passar de segons d'arc a radians:

$$\theta'' \times \frac{1'}{60''} \times \frac{1^\circ}{60'} \times \frac{\pi}{180^\circ} \quad (2)$$

S'han realitzat els càlculs tant pel radi físic de l'objecte com per a la capa interna que es mostra a les imatges:

	θ_i	θ_o	$distancia (kpc)$	$r_i (pc)$	$r_o (pc)$
IC 418	3.4''	6.5''	0.42	0.0035	0.0066
NGC 6369	10.4''	14.2''	2.0	0.0504	0.0688
NGC 6543	4.2''	8.4''	0.9	0.0092	0.0183
NGC 7009	3.6''	8.8''	0.59	0.0051	0.0126

Taula 1: Tamany angular la capa interna θ_i i per l'externa θ_o en segons d'arc, distància i respectius radis en pc ($1kpc = 1000pc$).

1.2 Temperatura electrònica

1.2.1 Enunciat

Calcular la temperatura electrònica, T_e , a partir de les mesures a baixa freqüència (Fig. 2).

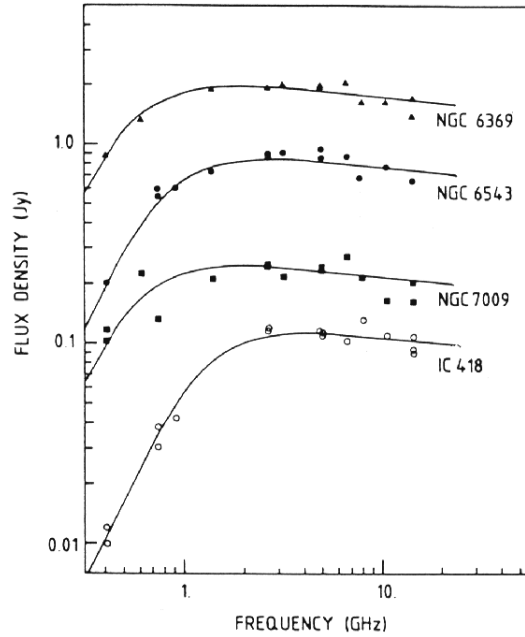


Figura 2: Densitat de flux en funció de la freqüència. Per NGC 7009 i IC 418 s'han representat els valors observats dividits per 3 i 4 respectivament.

1.2.2 Solució

Per baixes freqüències la font és òpticament gruixuda ($\nu \ll \nu_1 \Rightarrow \tau_\nu \gg 1$) i la densitat de flux es troba relacionada amb la temperatura electrònica T_e , la freqüència $\nu = 14.7GHz$ i el diàmetre angular θ_o :

$$\left[\frac{S_\nu}{Jy} \right] = 20.4 \times \left[\frac{T_e}{10^4 K} \right] \times \left[\frac{\nu}{Ghz} \right]^2 \times \left[\frac{\theta_o}{arcmin} \right]^2 \Rightarrow T_e = \frac{S_\nu}{20.4 \times \nu^2 \times \theta_o^2} \quad (3)$$

	$S_\nu (Jy)$	$\nu (Ghz)$	$\theta_o (arcmin)$	$T_e (10^4 K)$
IC 418	0.01×14	0.4	0.10833'	3.6549
NGC 6369	0.9	0.4	0.23667'	4.9227
NGC 6543	0.2	0.4	0.14'	3.1263
NGC 7009	0.1×3	0.4	0.14667'	4.2726

Taula 2: Temperatura electrònica.

1.3 Mesura d'emissió mitjana

1.3.1 Enunciat

Demostrar que per a una closca esfèrica ionitzada de densitat constant, la mesura d'emissió mitjana és

$$\langle EM \rangle = \frac{4}{3} \frac{(q_0^3 - q_i^3)}{q_0^2} n_e^2 D \quad (4)$$

on q_0 i q_i són els radis angulars exterior i interior, respectivament, n_e és la densitat electrònica i D és la distància.

1.3.2 Solució

La mesura d'emissió és la integral de densitat de partícules (electrons i ions: $n_e \cdot n_i$) a la línia de visió dl :

$$\frac{EM}{pc \text{ cm}^{-6}} = \int_{linia} \left[\frac{n_e \cdot n_i}{cm^{-6}} \right] d \left[\frac{l}{pc} \right] \quad (5)$$

Pel cas de l'hidrogen ionitzat en un mitja homogeni de profunditat L :

$$EM = n_e^2 \cdot L \quad (6)$$

Sabent que el volum d'una esfera és $V = \frac{4}{3}\pi r^3$, llavors el volum d'una closca:

$$V = \frac{4}{3}\pi r_o^3 - \frac{4}{3}\pi r_i^3 = \frac{4}{3}\pi (r_o^3 - r_i^3) \quad (7)$$

Per altra banda, l'àrea d'un cercle considerant el radi extern:

$$A = \pi \cdot r_o^2 \quad (8)$$

Llavors, per obtenir la profunditat (o alçada) d'un cos es divideix el seu volum per l'àrea i en aquest cas en particular es multiplica per la distància D per obtenir la profunditat:

$$L = D \cdot \frac{V}{A} = \frac{4}{3} \frac{(r_o^3 - r_i^3)}{r_o^2} \quad (9)$$

En conseqüència:

$$EM = \frac{4}{3} \frac{(r_o^3 - r_i^3)}{r_o^2} n_e^2 D \quad (10)$$

1.4 Mesura d'emissió, número d'electrons i massa

1.4.1 Enunciat

Calcular $\langle EM \rangle$, n_e i la massa M de la regió H II a partir de les mesures d'alta freqüència (Fig. 2).

1.4.2 Solució

Per a freqüències altes a on la font és òpticament prima, la mesura d'emissió es pot extreure de la relació:

$$\left[\frac{S_\nu}{Jy} \right] = 6.69 \times \left[\frac{T_e}{10^4 K} \right]^{-0.35} \times \left[\frac{\nu}{Ghz} \right]^{-0.1} \times \left[\frac{EM}{10^6 cm^{-6} pc} \right] \times \left[\frac{\theta_o}{arcmin} \right]^2 \quad (11)$$

$$EM = \frac{S_\nu}{6.69 \times T_e^{-0.35} \times \nu^{-0.1} \times \theta_o^2} \quad (12)$$

Per altra banda, la densitat d'electrons correspon a:

$$EM = n_e^2 L \Rightarrow n_e = \sqrt{\frac{EM}{L}} \quad (13)$$

a on L equival a la profunditat (veure secció 1.3):

$$EM = \frac{4}{3} \frac{(\theta_o^3 - \theta_i^3)}{\theta_o^2} n_e^2 D \Rightarrow \left[\frac{n_e}{10^3 cm^{-3}} \right] = \sqrt{\frac{3}{4} \cdot \left[\frac{\frac{\theta_o^2}{(\theta_o^3 - \theta_i^3)}}{rad^{-1}} \right] \cdot \left[\frac{\frac{1}{D}}{pc^{-1}} \right] \cdot \left[\frac{EM}{10^6 cm^{-6} pc} \right]} \quad (14)$$

En quant a la massa per a una closca de radi extern r_o i intern r_i :

$$M = \left[\frac{(\frac{4}{3} \pi r_o^3 - \frac{4}{3} \pi r_i^3)}{cm^3} \right] \left[\frac{n_e}{10^3 cm^{-3}} \right] \left[\frac{(m_e + m_p)}{g} \right] = \frac{4}{3} \pi (r_o^3 - r_i^3) n_e (1.67 \times 10^{-24} g) \quad (15)$$

	$S_\nu (Jy)$	$\theta_o (arcmin)$	$\theta_i (rad)$	$\theta_o (rad)$	$r_i (cm)$	$r_o (cm)$	$D (pc)$
IC 418	1.35	0.10833'	1.6484×10^{-5}	3.1512×10^{-5}	1.07×10^{16}	2.04×10^{16}	0.42×10^3
NGC 6369	1.43	0.23667'	5.0421×10^{-5}	6.8845×10^{-5}	1.56×10^{17}	2.12×10^{17}	2.0×10^3
NGC 6543	0.66	0.14'	2.0362×10^{-5}	4.0724×10^{-5}	2.83×10^{16}	5.65×10^{16}	0.9×10^3
NGC 7009	0.52	0.14667'	1.7432×10^{-5}	4.2083×10^{-5}	1.59×10^{16}	3.88×10^{16}	0.59×10^3

Taula 3: Flux de densitat per a una freqüència de $14.7 GHz$ i altres paràmetres necessaris pel càlcul ($1 rad = 1 arcsec \cdot \frac{1'}{60''} \cdot \frac{1^\circ}{60'} \cdot \frac{\pi}{180}$, $1 rad \times pc = 3.08568025 \times 10^{18} cm$, $1 kpc = 3.08568025 \times 10^{21} cm$)

	$T_e (10^4 K)$	$EM (10^6 cm^{-6} pc)$	$n_e (10^3 cm^{-3})$	$M (M_\odot)$
IC 418	3.6549	35.4090	48.3903	1.24×10^{-6}
NGC 6369	4.9227	8.7226	8.8463	1.81×10^{-4}
NGC 6543	3.1263	9.8141	15.1497	8.43×10^{-6}
NGC 7009	4.2726	7.8595	15.8552	3.04×10^{-6}

Taula 4: Mesura d'emissió EM , densitat d'electrons n_e i massa M en masses solars ($M_\odot = 1.98892 \times 10^{33} g$).

1.5 Quocient TL/TC i amplada en velocitat

1.5.1 Enunciat

Trobar, per a les línies de recombinació que es mostren a la Fig 3, el quocient $\frac{T_L}{T_C}$ i l'amplada en velocitat Δv .

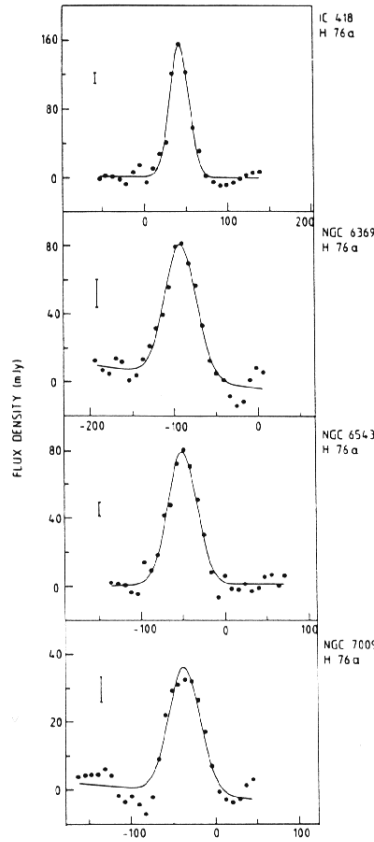


Figura 3: Espectres de la línia $H76\alpha$

1.5.2 Solució

La temperatura de continu T_C s'obté de la figura 2 per a freqüències altes ($\nu = 14.7\text{GHz}$) i la temperatura de línia T_L + l'amplada de velocitat Δv s'extreuen de la figura 3 (alçada i amplada del pic respectivament).

	Línia	$\Delta v \text{ (km s}^{-1}\text{)}$	T_L	$T_C = S_\nu \text{ (Jy)}$	$\frac{T_L}{T_C}$
IC 418	$H76\alpha$	27.0 ± 1.3	0.16740	1.35	0.124
NGC 6369	$H76\alpha$	42.8 ± 5.6	0.0829	1.43	0.058
NGC 6543	$H76\alpha$	41.1 ± 2.3	0.0792	0.66	0.120
NGC 7009	$H76\alpha$	44.5 ± 5.5	0.0358	0.52	0.069

Taula 5: Cocient $\frac{T_L}{T_C}$

1.6 Calcular temperatura electrònica amb els resultats anteriors

1.6.1 Enunciat

Calcular T_e a partir dels resultats de l'apartat anterior. Comparar aquests resultats amb els obtinguts en el segon apartat.

1.6.2 Solució

Per a línies i emissions lliure-lliure òpticament prims:

$$\left[\frac{T_e}{K}\right] = 2.2 \times 10^3 \left[\frac{\nu}{GHz}\right]^{0.96} \left[\frac{T_L}{T_C}\right]^{-0.87} \left[\frac{\Delta v}{km \cdot s^{-1}}\right]^{-0.87} \quad (16)$$

	Línia	$\Delta v (km s^{-1})$	$\frac{T_L}{T_C}$	$T_e (10^4 K)$	Nou $T_e (10^4 K)$
IC 418	$H76\alpha$	27.0 ± 1.3	0.1240	3.6549	1.0150
NGC 6369	$H76\alpha$	42.8 ± 5.6	0.0580	4.9227	1.3173
NGC 6543	$H76\alpha$	41.1 ± 2.3	0.1200	3.1263	0.7246
NGC 7009	$H76\alpha$	44.5 ± 5.5	0.0688	4.2726	1.0965

Taula 6: Nova temperatura T_e .

1.7 Eixamplament tèrmic

1.7.1 Enunciat

Comprovar que per als valors de la temperatura obtinguts, l'eixamplament tèrmic no és suficient per explicar les amplades observades de les línies de recombinació. Suposant que la turbulència és petita, estimar la velocitat d'expansió i l'edat cinemàtica de les nebuloses planetàries.

1.7.2 Solució

$$(\Delta v_{obs})^2 = (\Delta v_{th})^2 + (\Delta v_{turb})^2 + (\Delta v_{sist})^2 \quad (17)$$

L'eixamplament tèrmic ve determinat per:

$$\left[\frac{\Delta v_{th}}{km s^{-1}}\right] = 0.21 \left[\frac{T_k}{K}\right]^{1/2} \left[\frac{m}{m_H}\right]^{-1/2} \quad (18)$$

a on la temperatura cinètica pot ser considerada $T_k = T_e$ i la massa és $m = 1m_H$.

Per tant, la temperatura necessària per aconseguir un eixamplament determinat és:

$$T_k^{necessària} = \left(\frac{\Delta v_{th}}{0.21 \cdot (m)^{-1/2}}\right)^2 \quad (19)$$

Per altra banda, com que es considera que $\Delta v_{turb} \simeq 0$ i $\Delta v_{sist} = \Delta v_{exp}$, l'eixamplament de la velocitat d'expansió:

$$\Delta v_{exp} = \sqrt{(\Delta v_{obs})^2 - (\Delta v_{th})^2} \quad (20)$$

I per tant, la velocitat d'expansió:

$$v_{exp} = \frac{1}{2} \Delta v_{exp} \quad (21)$$

Suposant que el gas s'ha expandint des d'una estrella de radi zero ($r_{inicial} \approx 0$) fins al radi actual de la nebulosa, l'edat correspon a:

$$\left[\frac{edat}{segons}\right] = \frac{\left[\frac{r}{km}\right]}{\left[\frac{v_{exp}}{km s^{-1}}\right]} \quad (22)$$

a on r és el radi actual de la closca externa.

	Línia	$\Delta v_{obs} (km s^{-1})$	Nou $T_e (10^4 K)$	$r_o (km)$
IC 418	$H76\alpha$	27.0 ± 1.3	1.0150	2.04×10^{11}
NGC 6369	$H76\alpha$	42.8 ± 5.6	1.3173	2.12×10^{12}
NGC 6543	$H76\alpha$	41.1 ± 2.3	0.7246	5.65×10^{11}
NGC 7009	$H76\alpha$	44.5 ± 5.5	1.0965	3.88×10^{11}

Taula 7: Dades necessàries pel càlcul.

	Línia	$T_k^{necessària} (10^4 K)$	$\Delta v_{th} (km s^{-1})$	$v_{exp} (km s^{-1})$	$Edat (anys)$
IC 418	$H76\alpha$	1.6531	21.1574	8.3870	771.52
NGC 6369	$H76\alpha$	4.1538	24.1027	17.6840	3,806.53
NGC 6543	$H76\alpha$	3.8304	17.8763	18.5044	968.37
NGC 7009	$H76\alpha$	4.4904	21.9902	19.3435	636.20

Taula 8: Temperatura necessària per l'eixamplament en velocitat observat $T_k^{necessària}$, eixamplament tèrmic Δv_{th} , velocitat d'expansió v_{exp} i edat.

Referències

- [1] Garay, G.; Gathier, R.; Rodriguez, L. F. *Radio recombination line observations of compact planetary nebulae*. Astronomy and Astrophysics (ISSN 0004-6361), vol. 215, no. 1, May 1989, p. 101-112.
- [2] Estalella, R; Anglada, G; *Introducción a la Física del Medio Interestelar*. Textos docents Vol. 50. Universitat de Barcelona. <http://www.am.ub.es/~robert/ifmi/>